

## MATHÉMATIQUES

### Nombres et calculs

## Le calcul aux cycles 2 et 3

### Introduction

Aux cycles 2 et 3, les calculs sont menés sous différentes formes (calcul mental, calcul en ligne, calcul posé, calcul instrumenté) souvent utilisées en interaction et complémentaires les unes des autres. Le temps consacré à l'apprentissage de chacune de ces formes doit permettre d'atteindre les attendus de fin de cycles dans le champ « nombres et calcul ».

Si la pratique des différentes formes de calcul est menée dans le cadre de la résolution de problèmes, les connaissances visées, en termes de capacités techniques et de procédures, ne peuvent s'acquérir, notamment pour le calcul mental et le calcul en ligne, qu'en y consacrant des temps spécifiques quotidiens, comprenant des explications orales précises et d'institutionnalisations écrites notées dans les cahiers des élèves.

### Calcul mental

Le calcul mental est une modalité de calcul sans recours à l'écrit si ce n'est, éventuellement, pour l'énoncé proposé par l'enseignant et la réponse fournie par l'élève. Il n'est pas exclu non plus que la correction, elle, soit écrite pour être discutée de façon collective.

### Calcul en ligne

Le calcul en ligne est une modalité de calcul écrit ou partiellement écrit. Il se distingue à la fois :

- du calcul mental, en donnant la possibilité à chaque élève, s'il en ressent le besoin, d'écrire des étapes de calcul intermédiaires qui seraient trop lourdes à garder en mémoire ;
- du calcul posé, dans le sens où il ne consiste pas en la mise en œuvre d'un algorithme, c'est-à-dire d'une succession d'étapes utilisées tout le temps dans le même ordre et de la même manière indépendamment des nombres en jeu.

L'énoncé est donné par le professeur à l'oral ou à l'écrit ; le résultat est donné par l'élève à l'écrit.

Le calcul en ligne est travaillé, d'une part en complément du calcul mental, pour faciliter l'apprentissage des démarches et la mémorisation des propriétés des nombres et des opérations, et d'autre part pour permettre d'effectuer, sans recours à un algorithme de calcul posé, des calculs trop complexes pour être intégralement traités mentalement. Par exemple :  $58 + 17 = 58 + 20 - 3 = 78 - 3 = 75$ , ou  $12 \times 62 = 620 + 124 = 744$ .

### Calcul posé

Le calcul posé est une modalité de calcul écrit consistant à l'application d'un algorithme opératoire (par exemple celui de la multiplication entre nombres décimaux).

### Calcul instrumenté

Le calcul instrumenté est un calcul effectué à l'aide d'un ou plusieurs instruments, appareils, ou logiciels (abaque, boulier, calculatrice, tableur, etc.).

## Objectifs

Les cadres d'utilisation et objectifs des différentes modalités de calcul sont spécifiques.

### Calcul mental et calcul en ligne

Le calcul mental et le calcul en ligne sont pratiqués pour :

- construire puis travailler la compréhension de la notion de nombre et des propriétés de notre numération décimale de position ;
- développer la connaissance des nombres ;
- travailler le sens des opérations ;
- découvrir et utiliser les propriétés des opérations ;
- développer des habiletés calculatoires ;
- construire progressivement des faits numériques et des procédures élémentaires qui seront utiles pour mener des calculs posés et permettront de traiter des calculs (mentaux ou en ligne) plus complexes ;
- développer des compétences dans le cadre de la résolution de problèmes, par exemple au niveau du choix des opérations.

Via le calcul mental et le calcul en ligne, on apprend aussi à déterminer un ordre de grandeur et à pratiquer le calcul approché. Cette capacité est particulièrement utile pour contrôler un résultat et développer l'esprit critique.

### Calcul posé

Le calcul posé permet de disposer d'une méthode de calcul sécurisante, car elle permet de garantir l'obtention d'un résultat.

Le calcul posé donne l'occasion de réinvestir les faits numériques (tables d'addition et de multiplication en particulier) et les connaissances sur la numération.

Le calcul posé permet l'étude du fonctionnement d'algorithmes complexes à partir de leur mise en pratique.

### Calcul instrumenté

Lors de la résolution d'un problème pouvant donner lieu à des calculs complexes, l'utilisation d'une calculatrice permet de libérer l'esprit et de centrer la réflexion sur l'élaboration d'une démarche de résolution.

Dans les situations de calculs répétitifs (tests, essais, ajustements), les instruments technologiques (calculatrice, tableur, logiciels) se révèlent pertinents. L'utilisation de ces outils nécessite un apprentissage spécifique qui doit se faire de manière progressive.

Dans le cadre du développement de l'esprit critique, l'élève apprend à utiliser la calculatrice pour vérifier les résultats obtenus à l'issue d'un calcul mental, en ligne ou posé.

## Progressivité des apprentissages

Les compétences en calcul se développent progressivement tout au long des quatre cycles de l'école et du collège.

- **Au cycle 1**, les premiers travaux pour établir des collections de cardinaux donnés, pour compter, pour comparer des collections, pour établir le cardinal de deux collections réunies, ou le cardinal d'une collection à laquelle on a enlevé des objets, etc., sont nécessaires pour la construction de la notion de nombre, et sont aussi les premiers apprentissages du calcul.
- **Au cycle 2**, le calcul mental et le calcul en ligne opèrent dans des contextes numériques qui se complexifient progressivement en jouant sur différentes variables : taille des nombres, variété des décompositions, relations entre les nombres, etc. ; progressivement, une plus grande variété de faits numériques et de procédures de calcul élémentaires est mobilisée.

Les signes opératoires  $+$ ,  $-$ ,  $\times$  sont utilisés.

En calcul posé, on découvre les algorithmes de calcul de l'addition, la soustraction et la multiplication, lorsque le calcul mental et le calcul en ligne ont montré leurs limites en termes d'efficacité.

- **Au cycle 3**, en calcul mental et en ligne, la complexification des contextes numériques se poursuit. Parmi les variables, interviennent désormais en plus de celles citées précédemment, la nature des nombres (nombres entiers, nombres décimaux) et leurs différentes écritures (fraction décimale, décompositions, écriture à virgule).

En calcul posé, les algorithmes des quatre opérations sont travaillés avec des nombres entiers et décimaux. Pour la division, le diviseur ne peut être qu'un entier.

Les fonctions de base de la calculatrice (utilisation des quatre opérations) sont introduites pour obtenir ou vérifier un résultat.

- **Au cycle 4**, le calcul mental et le calcul posé portent sur les différents types de nombres étudiés : nombres décimaux relatifs, nombres rationnels. L'étude du calcul numérique est étendue progressivement au calcul littéral.

Le calcul littéral s'appuie, entre autres, sur les compétences développées dans le cadre du calcul en ligne aux cycles précédents, en mêlant des calculs effectués mentalement et un support écrit soulageant la mémoire de travail.

La calculatrice est utilisée pour effectuer des calculs complexes ; des fonctions plus évoluées de cet outil sont introduites (puissance, fraction, inverse, trigonométrie, racine carrée). Le tableur devient progressivement un outil d'investigation, de traitement et de représentation.

## Stratégies d'enseignement

La place consacrée au calcul mental et au calcul en ligne dans les temps d'apprentissage et d'entraînement est plus importante que celle accordée au calcul posé.

Les différentes formes de calcul sont travaillées dans le cadre de la résolution de problème, mais aussi pour elles-mêmes dans des temps spécifiques d'apprentissage, d'entraînement et d'évaluation.

### Calcul mental et calcul en ligne

Des activités d'apprentissage ou d'entraînement sont proposées quotidiennement en diversifiant les modalités. Un énoncé donné à l'écrit (en vidéoprojection ou sur feuille) plutôt qu'à l'oral allège la mobilisation de la mémoire de travail. Chaque séance d'entraînement permet à l'élève de s'autoévaluer et à l'enseignant d'effectuer une prise d'information, de façon globale, sur les acquis et les points nécessitant un travail d'explicitation complémentaire ou de nouveaux entraînements.

L'évaluation des acquis des élèves est réalisée régulièrement, mais non systématiquement et l'évaluation d'une connaissance (d'une procédure particulière, d'un fait numérique, etc.) est toujours précédée de temps d'apprentissage, d'institutionnalisation et d'entraînement.

Une programmation des apprentissages est nécessaire sur chacun des cycles. Au sein de celle-ci, le calcul mental et le calcul en ligne sont travaillés conjointement.

Une large place est donnée à la différenciation :

- des situations différentes, adaptées aux différents profils d'élèves, peuvent vivre simultanément ;
- un élève fragile entrera plus aisément dans la pratique du calcul mental si la possibilité lui est donnée d'écrire des étapes ou des résultats intermédiaires ;
- le calcul en ligne permet aussi aux élèves performants en calcul mental d'effectuer des calculs plus complexes sans les poser.

Lors des activités d'apprentissage et d'entraînement, des temps de mise en commun sont régulièrement organisés ; ils permettent d'amener les élèves à expliciter oralement leurs démarches, qu'elles soient correctes ou erronées, abouties ou non, en s'appuyant sur leurs écrits éventuels. La validation est dévolue à la classe, à l'issue d'un débat. L'utilisation d'un visualiseur est propice à ces mises en commun.

Un temps de synthèse permet ensuite l'élaboration collaborative et progressive d'une trace écrite ; évolutive sur la durée du cycle, elle sera conservée dans un document de type « recueil d'écrits de savoir ».

Les connaissances développées dans le cadre du calcul mental et du calcul en ligne (particularités des nombres, propriétés des opérations, procédures numériques de base, etc.) servent de point d'appui pour en construire de nouvelles.

Chaque élève mémorise ou automatise ces savoirs qui s'enrichissent petit à petit et donnent davantage d'efficacité aux démarches de calcul qu'il met en œuvre.

### Calcul posé

Pour chaque opération, le calcul posé n'est introduit qu'en aval d'activités proposées en calcul mental ou en ligne. Cet apprentissage doit être mené en relation étroite avec la poursuite du travail mené en calcul mental et en ligne.

L'entraînement au calcul posé est prévu dans la durée, de façon filée plutôt que massée.

Pour faire progresser les élèves en calcul posé, il est important de développer chez chacun d'eux, une attitude réflexive face à l'origine de ses erreurs. Des activités d'analyse de productions erronées ou non abouties sont pour cela efficaces (l'utilisation d'un visualiseur est adaptée).

Le choix des algorithmes de calcul posé travaillés tout au long de la scolarité d'un élève doit être cohérent, par exemple :

Où positionne-t-on les retenues pour les additions et les multiplications ?

Quel algorithme choisit-on pour la soustraction ? (« par cassage », « par compléments », « par ajouts simultanés », etc.). Ceci ne signifie pas que la trace écrite ne peut pas évoluer, ainsi pour la division les soustractions peuvent ne plus apparaître et être effectuées mentalement quand le diviseur est simple et que l'élève est en mesure de gérer ces soustractions mentalement.

### Calcul instrumenté

Le matériel est présenté et son utilisation est explicitée. Il est ensuite mis à disposition des élèves pour être utilisé en fonction des besoins. Pour être efficace, son utilisation doit être régulière.

### Analyse de l'activité mathématique des élèves : place des compétences travaillées

Au-delà de la compétence « calculer », les activités liées au calcul permettent de développer l'ensemble des compétences travaillées en mathématiques, déclinées dans les programmes.

- **Chercher** : dans les situations proposées en calcul mental et en calcul en ligne, l'élève s'engage dans une démarche ; il questionne la situation en mobilisant des connaissances, des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées ; il est amené à tester plusieurs pistes, à comparer leur efficacité et à s'engager dans l'une d'elles. Par exemple :  $254+9$  peut s'obtenir soit en effectuant  $254+6+3$ , ou  $254+10-1$ , ou encore  $255+8$  ; faire des choix, pouvoir faire des essais et éventuellement faire des erreurs est une façon de chercher.
- **Modéliser** : lorsqu'il utilise les mathématiques pour résoudre des problèmes concrets, l'élève modélise. En effet, reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations

additives, multiplicatives, de partage, de groupements ou de proportionnalité relève de la modélisation.

Pour la résolution des problèmes proposés en calcul en ligne comme en calcul mental, le choix de l'opération effectué par l'élève peut être explicité ou pas (écrire l'opération n'est pas nécessaire).

- **Représenter** : l'élève mobilise la compétence « représenter » lorsqu'il choisit une écriture d'un nombre entier ou décimal adaptée au traitement d'un calcul (décompositions additives, multiplicatives, en unités de numération, écriture fractionnaire, etc.) ou lorsqu'il passe d'une écriture à une autre suivant les besoins qui apparaissent pour effectuer le calcul. Utiliser une représentation pour traiter un calcul (dessin, schéma, arbre de calcul, diagramme, graphique, écritures avec parenthèses...) relève aussi de cette même compétence.
- **Raisonner** : l'élève mobilise la compétence « raisonner » lorsqu'il choisit une démarche pour mettre en œuvre un calcul, compare un ordre de grandeur calculé et un résultat, vérifie ses résultats, met en cohérence le résultat d'un calcul et le contexte du problème concret, ou encore lorsqu'il organise des données numériques multiples ou combine plusieurs étapes de calcul.
- **Calculer** : cette compétence est mobilisée dans le calcul mental, en ligne, et posé; elle peut aussi l'être dans le calcul instrumenté lorsque une organisation réfléchie des calculs est nécessaire, pour produire ou pour vérifier un résultat.  
Lorsqu'il fait des choix pour organiser un calcul et anticipe sur l'effet de ces choix, l'élève exerce l'intelligence du calcul qui relève aussi de la compétence « calculer ».
- **Communiquer** : dans les activités correspondant aux différentes formes de calcul, l'élève mobilise la compétence « communiquer » lorsqu'il utilise à l'oral ou à l'écrit, le langage naturel ou des écritures symboliques (utilisation des chiffres pour écrire des nombres, utilisation des symboles  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\div$ ,  $=$ , etc., utilisation de l'écriture décimale ou fractionnaire, etc.) pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements et présenter des calculs. Utiliser l'oral pour expliciter sa démarche est fondamental en calcul mental ; en calcul en ligne, l'élève peut s'appuyer sur son écrit pour présenter sa stratégie.

## Exemples de situations d'apprentissage

(à venir)

## Ressources complémentaires

- SCEREN (2010), [Le nombre au cycle 2](#), partie 1, Dialectique entre sens et techniques, l'exemple du calcul mental, p. 11 à 22
- SCEREN (2010), [Le nombre au cycle 3](#), partie 3, Calcul et conceptualisation, p. 31 à 50