

# Espace et géométrie au cycle 2

Classe via mercredi 21 novembre 2018



Avec les Nuls, tout devient facile!

# L'essentiel de la géométrie

POUR  
**LES NULS**

- ✓ Les règles de base de la géométrie
- ✓ Tout savoir sur la géométrie en 3D
- ✓ Les théorèmes à connaître

Mark Ryan



# Plan

## **1. Les programmes :**

- présentation du programme de mathématiques,
- la place de la géométrie dans les six compétences (socle)
- les attendus de fin de cycle 2.

## **2. Quelle progression en géométrie ?**

- progression globale du cycle 1 au cycle 3,
- de la géométrie des sens à la géométrie des connaissances et du raisonnement,
- les objets géométriques et leurs relations.

### **3. Quatre principes pour enseigner la géométrie au cycle 2 :**

- des solides au point,
- quel vocabulaire exiger,
- la manipulation,
- tracer mais aussi dessiner.

### **4. Pistes de travail en regroupements de classes.**

# Les programmes

## Mathématiques

Au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements. Ils peuvent être issus de situations de vie de classe ou de situations rencontrées dans d'autres enseignements, notamment « Questionner le monde », ce qui contribue à renforcer le lien entre les mathématiques et les autres disciplines. Ils ont le plus souvent possible un caractère ludique. On veillera aussi à proposer aux élèves dès le CP des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas de simples problèmes d'application à une ou plusieurs opérations mais nécessitent des recherches avec tâtonnements.

La composante écrite de l'activité mathématique devient essentielle. Ces écrits sont d'abord des écritures et représentations produites en situation par les élèves eux-mêmes qui évoluent progressivement avec l'aide du professeur vers des formes conventionnelles institutionnalisées dans les cahiers par des traces écrites qui ont valeur de référence. Il est tout aussi essentiel qu'une verbalisation reposant sur une syntaxe et un lexique adaptés accompagne le recours à l'écrit et soit favorisée dans les échanges d'arguments entre élèves. L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur des manipulations, en relation avec le vocabulaire utilisé, assurant une entrée progressive dans l'abstraction.

Les élèves consolident leur compréhension des nombres entiers, déjà rencontrés au cycle 1. Ils étudient différentes manières de désigner les nombres, notamment leurs écritures en chiffres, leurs noms à l'oral, les compositions-décompositions fondées sur les propriétés numériques (le double de, la moitié de, etc.), ainsi que les décompositions en unités de numération (unités, dizaines, etc.).

L'étude des quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division) commence dès le début du cycle à partir de problèmes qui contribuent à leur donner du sens, en particulier des problèmes portant sur des grandeurs ou sur leurs mesures. La pratique quotidienne du calcul mental conforte la maîtrise des nombres et des opérations et permet l'acquisition d'automatismes procéduraux et la mémorisation progressive de résultats comme ceux des compléments à 10, des tables d'addition et de multiplication.

En lien avec le travail mené dans « Questionner le monde » les élèves rencontrent des grandeurs qu'ils apprennent à mesurer, ils construisent des connaissances de l'espace essentielles et abordent l'étude de quelques relations géométriques et de quelques objets (solides et figures planes) en étant confrontés à des problèmes dans lesquels ces connaissances sont en jeu. L'étude des grandeurs et de leurs mesures doit faire l'objet d'un enseignement structuré et explicite qui s'appuie sur des situations de manipulation.

## Mathématiques

Au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements. Ils peuvent être issus de situations de vie de classe ou de situations rencontrées dans d'autres enseignements, notamment « Questionner le monde », ce qui contribue à renforcer le lien entre les mathématiques et les autres disciplines. Ils ont le plus souvent possible un caractère ludique. On veillera aussi à proposer aux élèves dès le CP des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas de simples problèmes d'application à une ou plusieurs opérations mais nécessitent des recherches avec tâtonnements.

La composante écrite de l'activité mathématique devient essentielle. Ces écrits sont d'abord des écritures et représentations produites en situation par les élèves eux-mêmes qui évoluent progressivement avec l'aide du professeur vers des formes conventionnelles institutionnalisées dans les cahiers par des traces écrites qui ont valeur de référence. Il est tout aussi essentiel qu'une verbalisation reposant sur une syntaxe et un lexique adaptés accompagne le recours à l'écrit et soit favorisée dans les échanges d'arguments entre élèves. L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur des manipulations, en relation avec le vocabulaire utilisé, assurant une entrée progressive dans l'abstraction.

Les élèves consolident leur compréhension des nombres entiers, déjà rencontrés au cycle 1. Ils étudient différentes manières de désigner les nombres, notamment leurs écritures en chiffres, leurs noms à l'oral, les compositions-décompositions fondées sur les propriétés numériques (le double de, la moitié de, etc.), ainsi que les décompositions en unités de numération (unités, dizaines, etc.).

L'étude des quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division) commence dès le début du cycle à partir de problèmes qui contribuent à leur donner du sens, en particulier des problèmes portant sur des grandeurs ou sur leurs mesures. La pratique quotidienne du calcul mental conforte la maîtrise des nombres et des opérations et permet l'acquisition d'automatismes procéduraux et la mémorisation progressive de résultats comme ceux des compléments à 10, des tables d'addition et de multiplication.

En lien avec le travail mené dans « Questionner le monde » les élèves rencontrent des grandeurs qu'ils apprennent à mesurer, ils construisent des connaissances de l'espace essentielles et abordent l'étude de quelques relations géométriques et de quelques objets (solides et figures planes) en étant confrontés à des problèmes dans lesquels ces connaissances sont en jeu. L'étude des grandeurs et de leurs mesures doit faire l'objet d'un enseignement structuré et explicite qui s'appuie sur des situations de manipulation.

## Mathématiques

Au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements. Ils peuvent être issus de situations de vie de classe ou de situations rencontrées dans d'autres enseignements, notamment « Questionner le monde », ce qui contribue à renforcer le lien entre les mathématiques et les autres disciplines. Ils ont le plus souvent possible un caractère ludique. On veillera aussi à proposer aux élèves dès le CP des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas de simples problèmes d'application à une ou plusieurs opérations mais nécessitent des recherches avec tâtonnements.

La composante écrite de l'activité mathématique devient essentielle. Ces écrits sont d'abord des écritures et représentations produites en situation par les élèves eux-mêmes qui évoluent progressivement avec l'aide du professeur vers des formes conventionnelles institutionnalisées dans les cahiers par des traces écrites qui ont valeur de référence. Il est tout aussi essentiel qu'une verbalisation reposant sur une syntaxe et un lexique adaptés accompagne le recours à l'écrit et soit favorisée dans les échanges d'arguments entre élèves. L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisées au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations basées sur des manipulations, en relation avec le vocabulaire utilisé, assurant une entrée progressive dans l'abstraction.

Les élèves consolident leur compréhension des nombres entiers, déjà rencontrés au cycle 1. Ils étudient différentes manières de désigner les nombres, notamment leurs écritures en chiffres, leurs noms à l'oral, les compositions-décompositions fondées sur les propriétés numériques (le double de, la moitié de, etc.), ainsi que les décompositions en unités de numération (unités, dizaines, etc.).

L'étude des quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, division) commence dès le début du cycle à partir de problèmes qui contribuent à leur donner du sens, en particulier des problèmes portant sur des grandeurs ou sur leurs mesures. La pratique quotidienne du calcul mental conforte la maîtrise des nombres et des opérations et permet l'acquisition d'automatismes procéduraux et la mémorisation progressive de résultats comme ceux des compléments à 10, des tables d'addition et de multiplication.

En lien avec le travail mené dans « Questionner le monde » les élèves rencontrent des grandeurs qu'ils apprennent à mesurer, ils construisent des connaissances de l'espace essentielles et abordent l'étude de quelques relations géométriques et de quelques objets (solides et figures planes) en étant confrontés à des problèmes dans lesquels ces connaissances sont en jeu. L'étude des grandeurs et de leurs mesures doit faire l'objet d'un enseignement structuré et explicite qui s'appuie sur des situations de manipulation.

Compétences travaillées	Domaines du socle
<p><b>Chercher</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• s'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome ;</li> <li>• tester, essayer plusieurs pistes proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur.</li> </ul>	2, 4
<p><b>Modéliser</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• utiliser des outils mathématiques pour résoudre des problèmes concrets, notamment des problèmes portant sur des grandeurs et leurs mesures ;</li> <li>• réaliser que certains problèmes relèvent de situations additives, d'autres de situations multiplicatives, de partages ou de groupements ;</li> <li>• reconnaître des formes dans des objets réels et les reproduire géométriquement.</li> </ul>	1, 2, 4
<p><b>Représenter</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• appréhender différents systèmes de représentations (dessins, schémas, arbres de calcul, etc.) ;</li> <li>• utiliser des nombres pour représenter des quantités ou des grandeurs ;</li> <li>• utiliser diverses représentations de solides et de situations spatiales.</li> </ul>	1, 5
<p><b>Raisonner</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• anticiper le résultat d'une manipulation, d'un calcul, ou d'une mesure ;</li> <li>• raisonner sur des figures pour les reproduire avec des instruments ;</li> <li>• tenir compte d'éléments divers (arguments d'autrui, résultats d'une expérience, sources internes ou externes à la classe, etc.) pour modifier ou non son jugement ;</li> <li>• prendre progressivement conscience de la nécessité et de l'intérêt de justifier ce que l'on affirme.</li> </ul>	2, 3, 4
<p><b>Calculer</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• calculer avec des nombres entiers, mentalement ou à la main, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies adaptées aux nombres en jeu ;</li> <li>• contrôler la vraisemblance de ses résultats.</li> </ul>	4
<p><b>Communiquer</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• utiliser l'oral et l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements.</li> </ul>	1, 3

Compétences travaillées	Domaines du socle
<p><b>Chercher</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>s'engager dans une démarche de résolution de problèmes en observant, en posant des questions, en manipulant, en expérimentant, en émettant des hypothèses, si besoin avec l'accompagnement du professeur après un temps de recherche autonome ;</li> <li>tester, essayer plusieurs pistes proposées par soi-même, les autres élèves ou le professeur.</li> </ul>	2, 4
<p><b>Modéliser</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>utiliser des outils mathématiques pour résoudre des problèmes concrets, notamment des problèmes portant sur des grandeurs et leurs mesures ;</li> <li>réaliser que certains problèmes relèvent de situations additives, d'autres de situations multiplicatives, de partages ou de groupements ;</li> <li>reconnaître des formes dans des objets réels et les reproduire géométriquement.</li> </ul>	1, 2, 4
<p><b>Représenter</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>appréhender différents systèmes de représentations (dessins, schémas, arbres de calcul, etc.) ;</li> <li>utiliser des nombres pour représenter des quantités ou des grandeurs ;</li> <li>utiliser diverses représentations de solides et de situations spatiales.</li> </ul>	1, 5
<p><b>Raisonner</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>anticiper le résultat d'une manipulation, d'un calcul, ou d'une mesure ;</li> <li>raisonner sur des figures pour les reproduire avec des instruments ;</li> <li>tenir compte d'éléments divers (arguments d'autrui, résultats d'une expérience, sources internes ou externes à la classe, etc.) pour modifier ou non son jugement ;</li> <li>prendre progressivement conscience de la nécessité et de l'intérêt de justifier ce que l'on affirme.</li> </ul>	2, 3, 4
<p><b>Calculer</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>calculer avec des nombres entiers, mentalement ou à la main, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies adaptées aux nombres en jeu ;</li> <li>contrôler la vraisemblance de ses résultats.</li> </ul>	4
<p><b>Communiquer</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>utiliser l'oral et l'écrit, le langage naturel puis quelques représentations et quelques symboles pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements.</li> </ul>	1, 3

## Attendus de fin de cycle

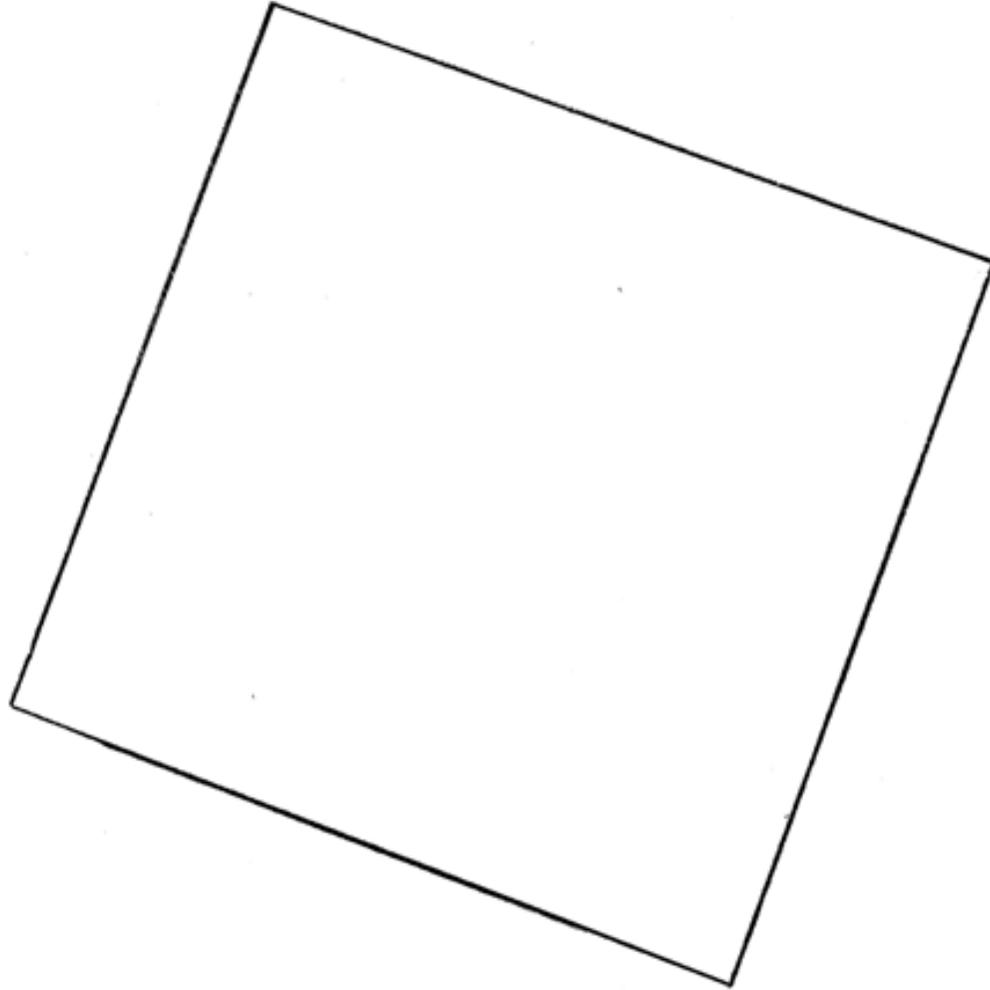
- (Se) repérer et (se) déplacer en utilisant des repères et des représentations.
- Reconnaître, nommer, décrire, reproduire quelques solides.
- Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, construire quelques figures géométriques.
- Reconnaître et utiliser les notions d'alignement, d'angle droit, d'égalité de longueurs, de milieu, de symétrie.

Quelle progression du cycle 1 au cycle 3 ?

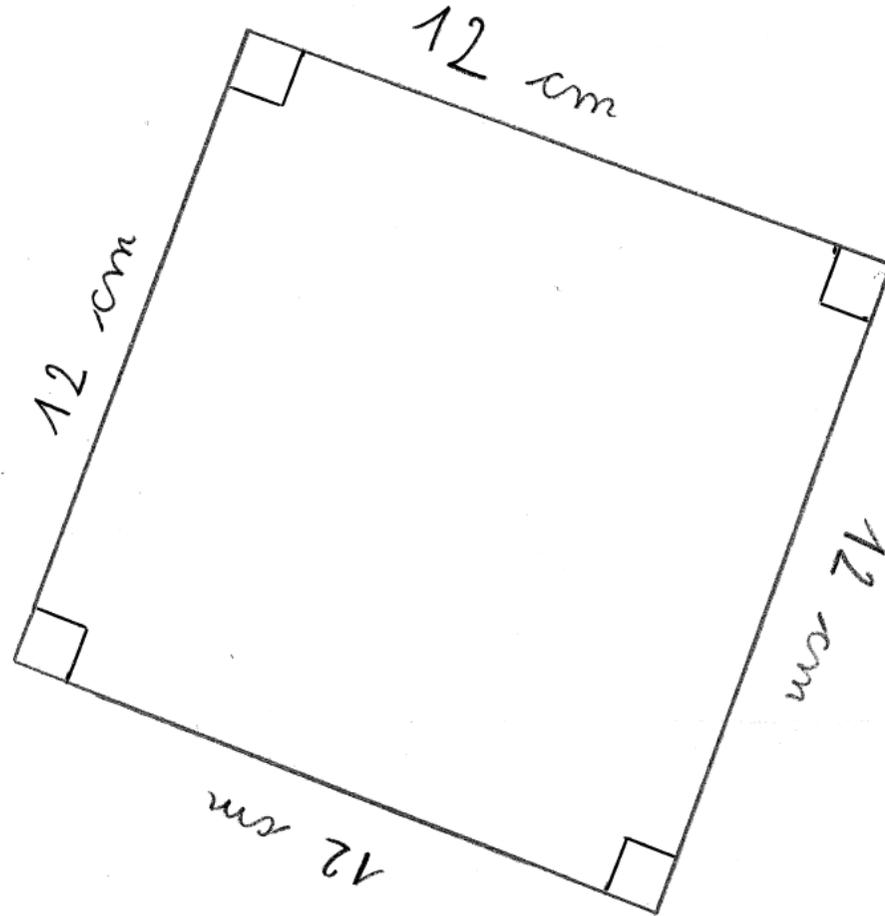
Les activités permettent aux élèves de **passer progressivement** d'une géométrie où les objets (le carré, la droite, le cube...) et leurs propriétés sont contrôlés par :

- **la perception** (est vrai ce que je vois, cycles 1 et 2),
- à une géométrie où ils le sont par le recours à **des instruments** (est vrai ce que je vérifie, cycles 2 et 3),
- pour aller ensuite vers une géométrie dont la validation ne s'appuie que sur **le raisonnement et l'argumentation** (est vrai ce que je démontre, cycle 3).

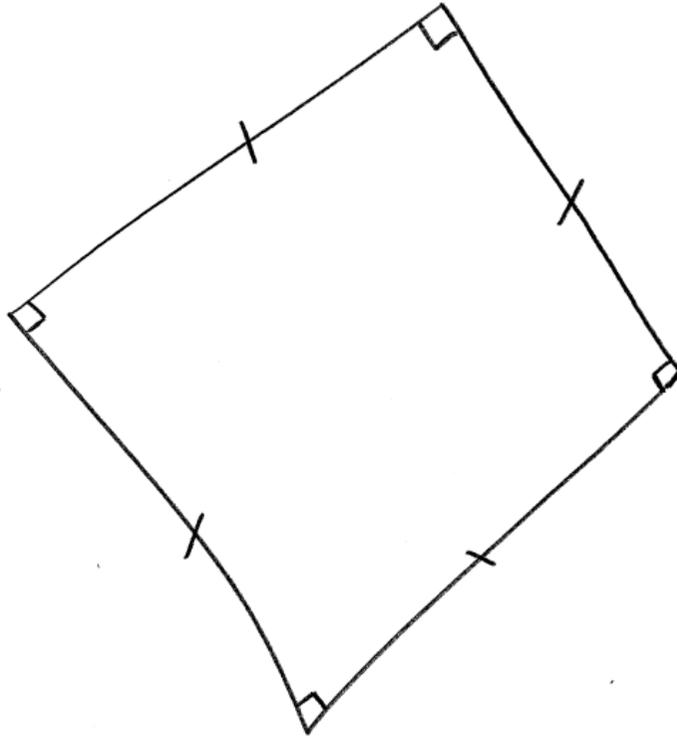
**Est vrai ce que je vois : cette figure est un carré.**



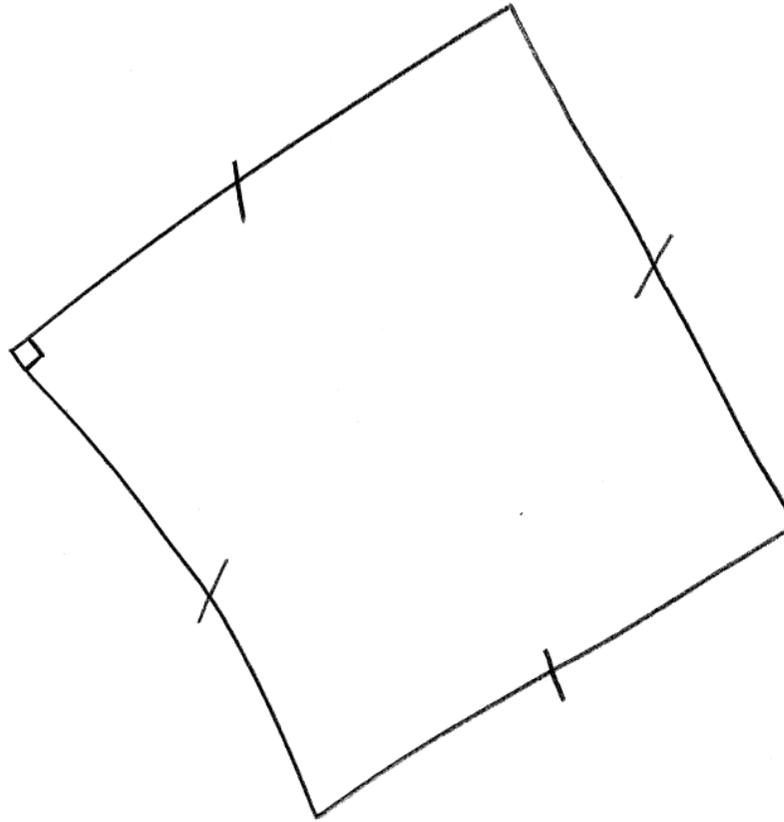
Est vrai ce que je vérifie : cette figure est un carré.



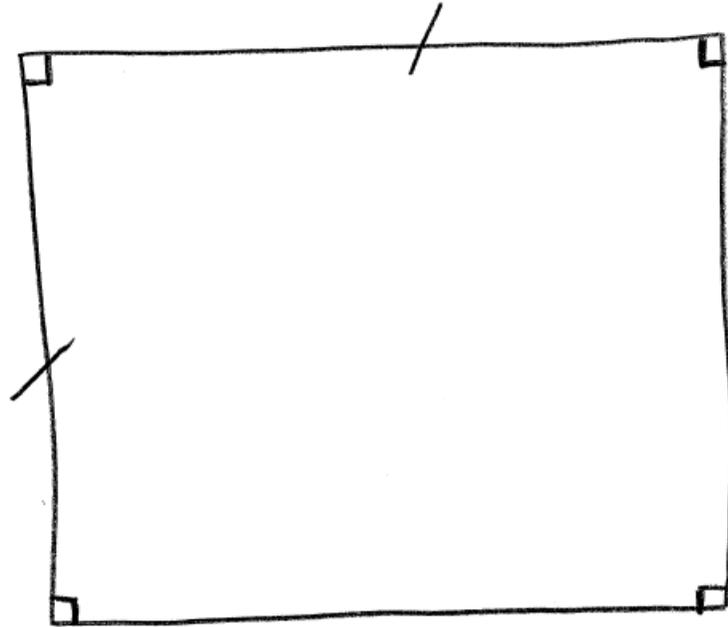
**Est vrai ce que je déduis : cette figure est carré.**



**Est vrai ce que je déduis : cette figure est carré.**



**Est vrai ce que je déduis : cette figure est carré.**



## Géométrie des sens

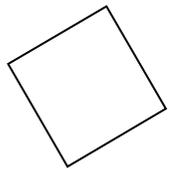
Perception (vue, toucher) et intuition

Expérimentation

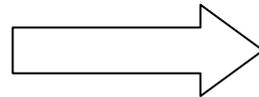
Dessin

Je vois

Objet sensible



Ceci est un carré.



## Géométrie des connaissances et du raisonnement

Instruments et connaissances

Raisonnement, preuve

Figure

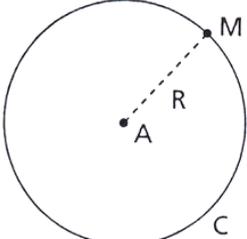
Je sais

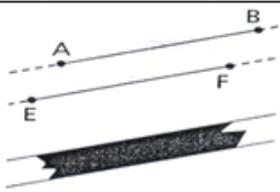
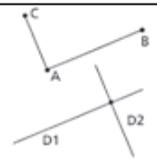
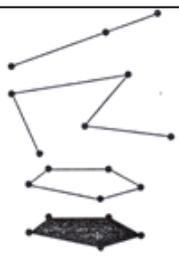
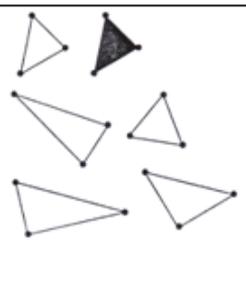
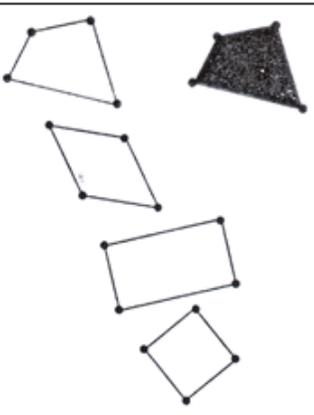
Concept

Carré : quadrilatère qui a ses 4 côtés de même longueur et au moins un angle droit

# Les objets géométriques et leurs relations



Objet simple	Représentation graphique	Relations	
<b>Droite</b>		Alignement	Les points A, B et C sont alignés.
		Appartenance	C appartient à la droite AB.
<b>Segment</b>		Inclusion	Le segment AB est une partie de la droite AB.
		Distance	Le segment AB est la plus courte ligne entre A et B.
<b>Milieu</b>		Appartenance et distance	I est milieu du segment AB quand I appartient au segment AB et $IA = IB$ .
<b>Cercle</b>		Distance	Un point M du cercle de centra A et de rayon r est tel que $AM = r$ .
		Appartenance	Si M est tel que $AM = r$ , alors M se trouve sur le cercle.

Objets composés	Objets simples	Relations	Représentation graphique
<p>Couple de droites ou de segments parallèles</p> <p>Bande</p>	Deux droites ou segments	Parallélisme	
<p>Angle droit formé par deux segments</p> <p>Couple de droites perpendiculaires</p>	Deux segments	Perpendicularité	
<p>Autre segment</p> <p>Ligne polygonale</p> <p>Polygone</p> <p>Intérieur du polygone</p>	Segments	Extrémités communes	
<p>Triangle ou intérieur du triangle</p> <p>Triangle isocèle ou équilatéral</p> <p>Triangle rectangle ou isocèle rectangle</p>	Trois segments « cotés »	<p>Extrémités communes</p> <p>Egalité de longueurs</p> <p>Perpendicularité</p>	
<p>Quadrilatère ou intérieur du quadrilatère</p> <p>Losange</p> <p>Rectangle</p> <p>Carré</p>	Quatre segments « cotés »	<p>Extrémités communes</p> <p>Parallélisme et égalité de longueurs</p> <p>Parallélisme et perpendicularité</p> <p>Parallélisme, égalité de longueurs et perpendicularité</p>	

Quelques principes pour enseigner la géométrie

## Des solides au point

*« Les activités doivent être conduites, tout au moins dans un premier temps à partir d'objets physiques de l'espace qui, bien que complexes, sont plus proches de l'expérience des enfants : dés, berlingots, boîtes de toutes sortes, emballages divers... ».* (Circulaire de juin 1986 sur les activités géométriques).

Reconnaître, nommer, décrire, reproduire quelques solides.

- reconnaître et trier les solides usuels parmi des solides variés ;
- reconnaître des solides simples dans son environnement proche ;
- décrire et comparer des solides en utilisant le vocabulaire approprié ;
- réaliser et reproduire des assemblages de cubes et pavés droits et associer de tels assemblages à divers types de représentations (photos, vues, etc.) ;
- fabriquer un cube à partir d'un patron fourni :
  - vocabulaire approprié pour :
    - nommer des solides (cube, pavé droit, boule, cylindre, cône, pyramide) ;
    - décrire des polyèdres (face, sommet, arête).
  - les faces d'un cube sont des carrés ;
  - les faces d'un pavé droit sont des rectangles (qui peuvent être des carrés).

Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, construire quelques figures géométriques  
Reconnaître et utiliser les notions d'alignement, d'angle droit, d'égalité de longueurs, de milieu, de symétrie

- décrire, reproduire sur papier quadrillé ou uni des figures ou des assemblages de figures planes (éventuellement à partir d'éléments déjà fournis de la figure à reproduire qu'il s'agit alors de compléter) ;
- utiliser la règle, le compas ou l'équerre comme instruments de tracé ;
- reconnaître, nommer les figures usuelles : carré, rectangle, triangle, triangle rectangle, polygone, cercle, disque ;
- décrire à partir des côtés et des angles droits, un carré, un rectangle, un triangle rectangle. Les construire sur un support uni connaissant la longueur des côtés ;
- construire un cercle connaissant son centre et un point, ou son centre et son rayon :
  - vocabulaire approprié pour décrire les figures planes usuelles :
    - carré, rectangle, triangle, triangle rectangle, polygone, côté, sommet, angle droit ;
    - cercle, disque, rayon, centre ;
    - segment, milieu d'un segment, droite.
  - propriété des angles et égalités de longueur des côtés pour les carrés et les rectangles ;
  - lien entre propriétés géométriques et instruments de tracé :
    - droite, alignement et règle non graduée ;
    - angle droit et équerre ;
    - cercle et compas.

## Quel vocabulaire exiger ?

L'enseignant utilise un vocabulaire précis que les enfants sont entraînés ainsi à comprendre d'abord puis à utiliser à bon escient, **mais la manipulation du vocabulaire mathématique n'est pas l'objectif principal.**

**Il ne s'agit pas d'imposer le langage mathématique qui doit être un langage en situation. Mais ne pas se contenter trop longtemps de formulations imprécises et approximatives.**

**Le vocabulaire spontané** employé par les élèves ne doit pas être systématiquement approuvé ou rejeté, il **doit évoluer vers plus de justesse**. Tout dépend de l'ambiguïté des termes employés.

Il est important de proposer **des situations de communication** où le **mot juste**, plus précis, plus rigoureux **apparaîtra comme le seul moyen d'établir l'accord et de savoir sans ambiguïté de quoi on parle**.

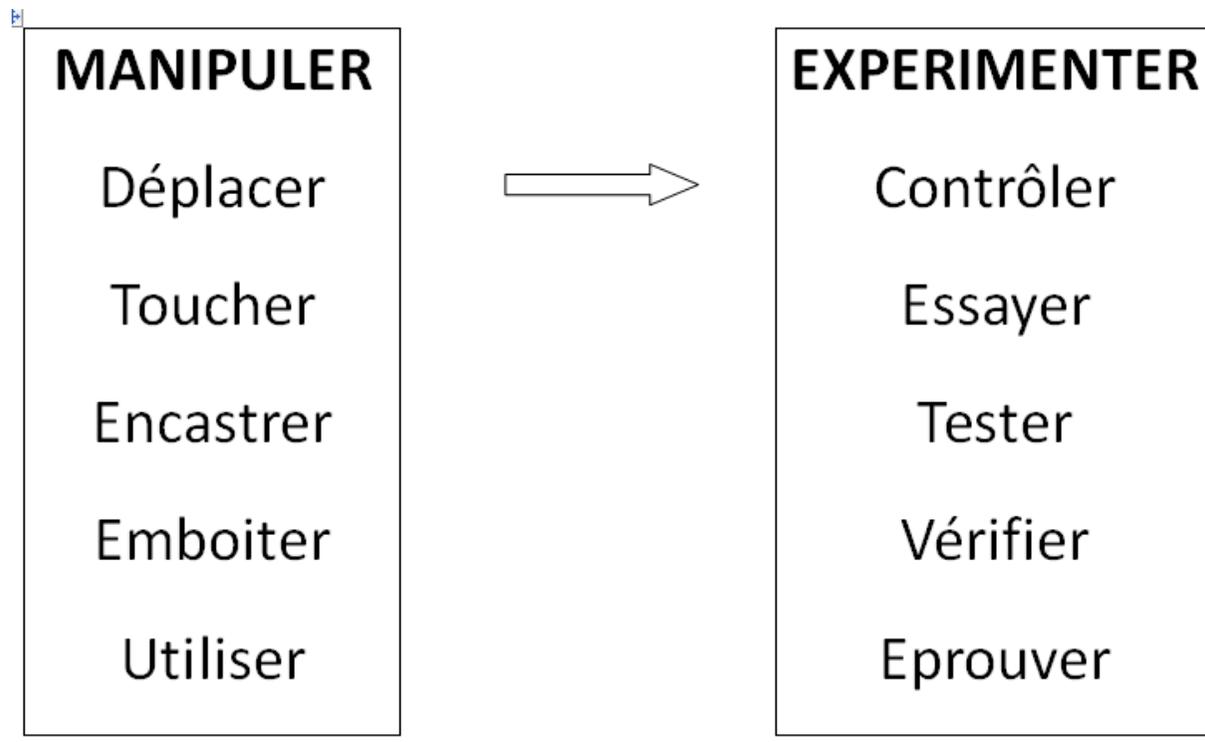
# Manipuler

Intérêts à utiliser du matériel en situation d'apprentissage

# Manipuler

Intérêts à utiliser du matériel en situation d'apprentissage

Tendre vers une démarche expérimentale en mathématiques



# Manipuler

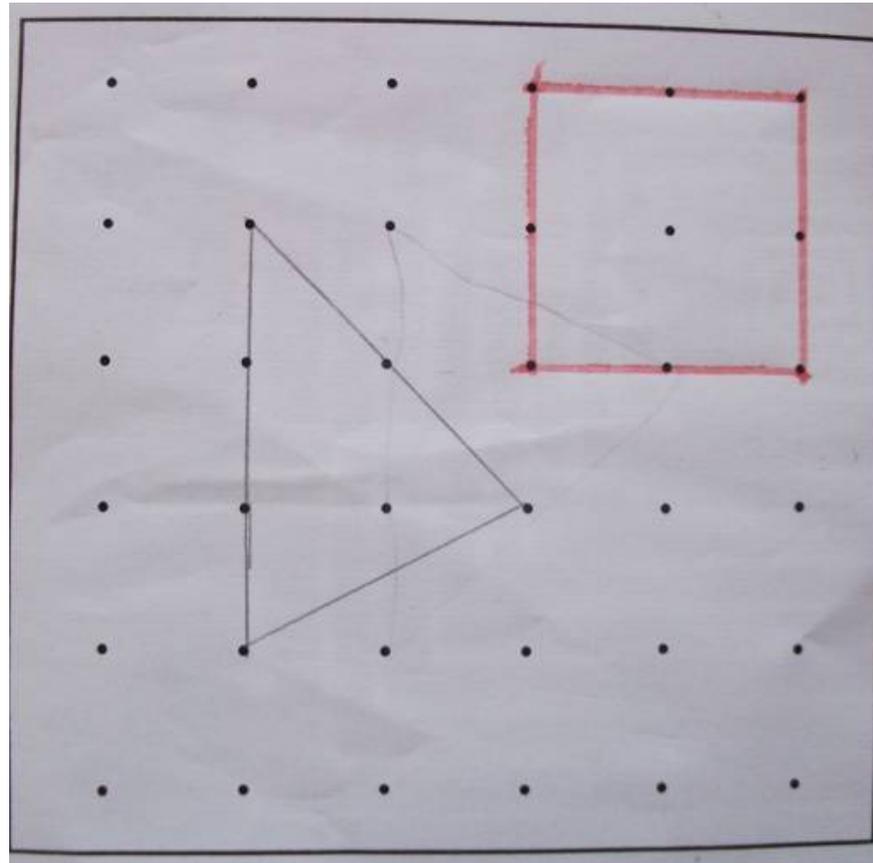
Intérêts à utiliser du matériel en situation d'apprentissage

Tendre vers une démarche expérimentale en mathématiques

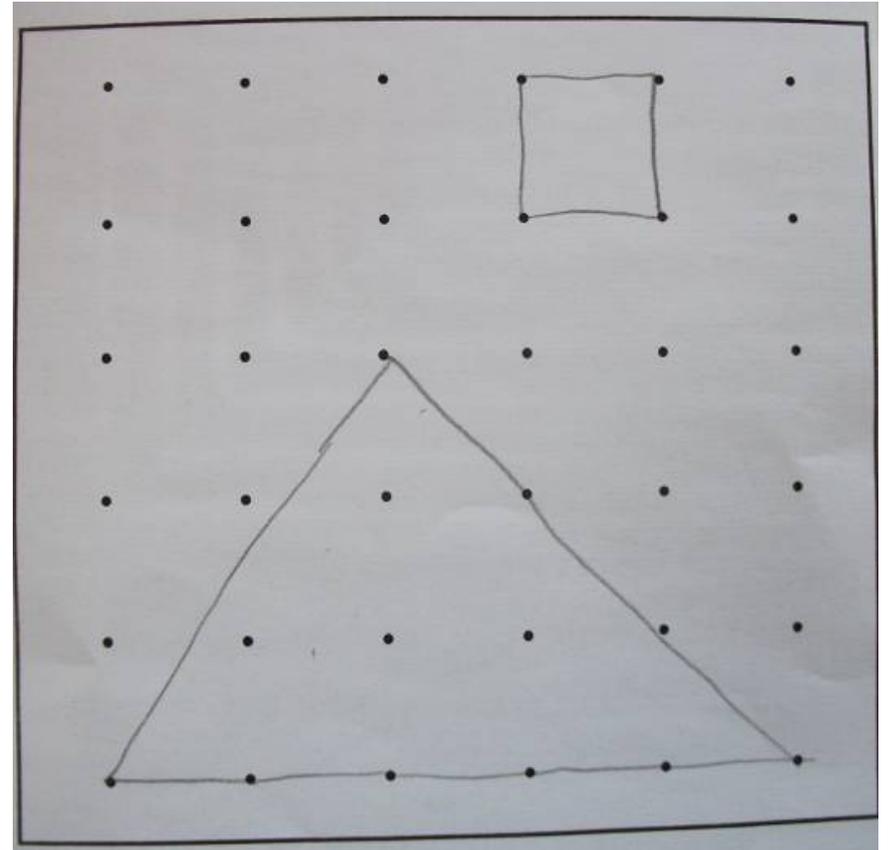
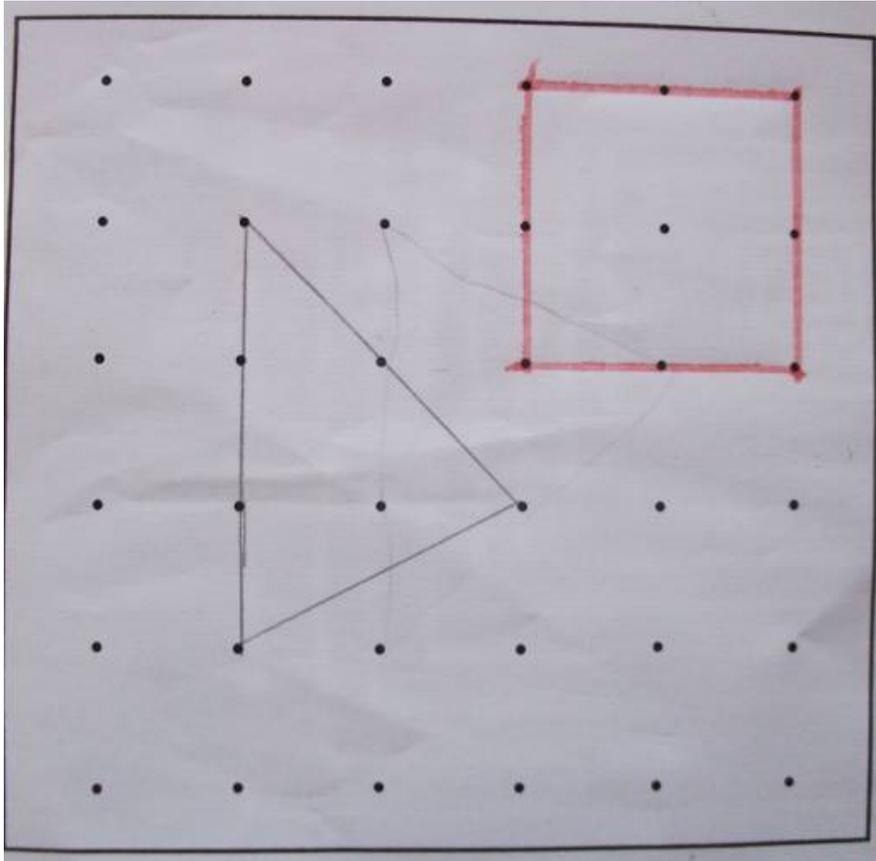
Les limites de la manipulation

Le support n'est qu'un outil d'apprentissage et non une fin en soi ; il a vocation à être abandonné dès que les représentations mentales permettent de s'en passer.

# Dessiner



# Dessiner



Exemples d'activités à concevoir et à mettre en  
œuvre dans sa classe

Quels solides pour quoi faire ?

Travail à partir des figures planes

Créer un laboratoire de mathématiques dans sa classe

Résoudre des problèmes en géométrie

Etablir une progression de cycle



Avec les Nuls, tout devient facile!

# L'essentiel de la géométrie

POUR

LES NULS

un peu moins

- ✓ Les règles de base de la géométrie
- ✓ Tout savoir sur la géométrie en 3D
- ✓ Les théorèmes à connaître

Mark Ryan

