



TRAVAILLER LES GRANDEURS ET MESURES

Trame proposée pour la construction d'une séquence pédagogique au CYCLE 2

Dans les phases 1 à 3, les grandeurs sont travaillées pour elles-mêmes indépendamment de la mesure. Il faut construire le sens de la grandeur indépendamment de la mesure avant que celle-ci n'intervienne. En effet, les instruments de mesure « masquent » la grandeur pour remplacer le concept par un nombre et conduit finalement à un travail sur les nombres. Une fois la grandeur bien identifiée et discernée des autres, une puis plusieurs mesures associées sont introduites à partir de la phase 4 (par exemple, lorsque la notion de masse sera acquise il sera possible d'introduire sa mesure en grammes). Enfin, des conversions et des calculs sont effectuées avec ces mesures (phase 7).

Repère de progressivité

Phase 1	Phase 2	Phase 3	Phase 4	Phase 5	Phase 6
Donner du sens à la GRANDEUR			Donner du sens à la MESURE		
Comparaison perceptive	Comparaison directe des objets	Comparaison indirecte avec un objet intermédiaire	Mesurer une grandeur avec une unité étalon fournie (unités non usuelles)	Mesurer une grandeur avec une unité usuelle indiquée	Conversions et calculs
Associer plusieurs grandeurs à un même objet					

Les notions préliminaires

Longueur	Masse	Contenance	Durée
L'idée de longueur ne se limite pas à des objets rectilignes	Le sens de la masse, la masse « attire » vers le sol. Le sens du point d'équilibre (mécanisme de la balance)	Notion de récipient	Notion du temps qui passe
La conservation des longueurs, des masses, des liquides = comprendre qu'une quantité se conserve même si elle change d'aspect (torsion, découpage, transvasement, ...)			

Associer plusieurs grandeurs à un même objet

En de multiples occasions et tout au long de la séquence :

- Observer un objet ou comparer plusieurs objets selon différents points de vue (leur masse, leur volume, les mesures de longueurs etc.)
- Constaté que l'on peut associer plusieurs grandeurs à un même objet.
- Savoir identifier de manière précise les critères de comparaison (critères portant sur des longueurs, des masses, des contenances etc.)
- Savoir dissocier des grandeurs : la hauteur (longueur) et la contenance en manipulant des bouteilles de formes différentes, la masse et le volume.

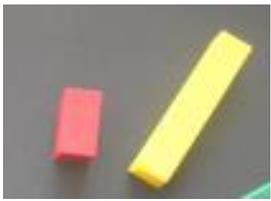
Phase 1 : Comparaison perceptive

Etre capable de dire que tel objet est par exemple plus long/plus lourd/peut contenir plus qu'un autre uniquement par **perception sensorielle**.

Dans ce cas il est préférable que la différence entre les deux objets soit importante.

Exemple : est-ce le bureau ou le tableau qui est le plus long ?

Donner du sens à la GRANDEUR

Longueur	Masse	Contenance	Durée
Les longueurs peuvent être comparées par observation. 	Les masses des objets peuvent être comparées en soupesant. 	La perception de la contenance est plus délicate car le volume des récipients varie en fonction de 3 dimensions : un récipient dont la hauteur est plus grande peut avoir une contenance plus petite. 	La perception est plus difficile puisque la durée est insaisissable. C'est ce qui distingue cette grandeur des autres. Sa perception est subjective. Les élèves peuvent comparer des durées très différentes ou une bande son qui s'arrête à différents moments (<i>les paroles peuvent servir de repères</i>).

Lorsque la perception ne suffit pas à comparer les grandeurs, il faut réaliser une comparaison directe (phase 2).



Phase 2 : Comparaison directe des objets

Etre capable de dire que tel objet est par exemple plus long/plus lourd/peut contenir plus qu'un autre par comparaison directe.

Longueur	Masse	Contenance	Durée
<p>La comparaison directe s'effectue par juxtaposition, superposition</p> <p>Transformation de l'un des objets pour le rendre comparable à l'autre (par exemple, déroulement d'une ligne non rectiligne pour comparer les longueurs).</p> 	<p>La comparaison directe s'effectue à l'aide d'une balance type Roberval</p> 	<p>Si les contenants sont différents : la comparaison directe s'effectue par transvasement</p>  <p>Si les contenants sont identiques la comparaison directe s'effectue par observation de la hauteur du liquide</p> 	<p>Deux évènements ne peuvent être comparés directement que s'ils débutent en même temps.</p> 

Il faut passer par **deux étapes distinctes** pour les longueurs et les contenances :

- Comparaison directe non limitée : comparer tous les objets simultanément (sauf pour les masses car on ne peut comparer les objets que deux à deux).
- Comparaison directe limitée : dans ce cas les objets ne peuvent être comparés que deux à deux et non plus tous simultanément.

Lorsque la comparaison directe est rendue impossible par la situation il faut comparer les objets avec un objet intermédiaire (phase 3).

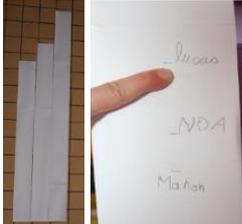
Phase 3 : Comparaison indirecte avec un objet intermédiaire

Etre capable de comparer des longueurs, des capacités, des masses en utilisant un objet intermédiaire, chaque grandeur devant être reportée sur cet objet.

Il faut alors rendre la comparaison directe impossible ou trop compliquée en : multipliant le nombre d'objets à comparer, utilisant des récipients opaques, des objets non déplaçables, des objets éloignés, ...

Il faut passer par **deux étapes distinctes** pour les longueurs et les contenances :

- Utiliser autant d'objets intermédiaires que d'objets à comparer,
- Utiliser un seul objet intermédiaire pour comparer tous les objets entre eux (cf. photos ci-dessous).

Longueur	Masse	Contenance	Durée
<p>La comparaison peut s'effectuer grâce à une ficelle, une bande de papier.</p> <p>Dans un premier temps grâce à plusieurs bandes par exemple puis en utilisant une unique bande (marques repères).</p> 	<p>La comparaison peut s'effectuer grâce à la balance et un objet intermédiaire dont la masse est fixée.</p>  	<p>La comparaison s'effectue d'abord grâce à plusieurs récipients intermédiaires</p>  <p>La comparaison s'effectue ensuite avec un seul récipient intermédiaire</p> 	<p>La comparaison s'effectue avec un sablier dont la durée d'écoulement est plus grande que les durées en jeu. La hauteur du sable écoulé à la fin de l'évènement est marquée sur le sablier.</p> <p>Plusieurs sabliers peuvent être utilisés dans un premier temps. Puis un seul sur lequel seront indiqués plusieurs repères.</p> 



Après les 3 premières phases centrées sur la grandeur, il s'agit d'engager le passage à la mesure. Les phases suivantes permettent de donner du sens à la mesure.

Phase 4 : Mesurer une grandeur avec une unité étalon fournie (unités non usuelles)

Etre capable d'associer chaque grandeur au nombre d'unités étalons qu'elle contient.

Une **unité non usuelle** est une grandeur arbitraire (**étalon**) prise comme référence pour mesurer les grandeurs de la même espèce. Elle se distingue des unités usuelles (gramme, litre, mètre). Cette activité de mesurage qui consiste à comparer une grandeur donnée à une unité-étalon permet de donner du sens à la mesure en tant que nombre.

Il faut passer par **trois étapes distinctes** :

1) Lors des premiers mesurages l'unité-étalon est contenue un nombre entier de fois dans la grandeur considérée, alors sa mesure est **un nombre entier** (exemple : *il faut 3 gobelets pour remplir le récipient*).

- Faire comprendre aux élèves la nécessité d'utiliser la même longueur-étalon pour comparer les mesures de deux objets. Pour cela il faut demander à différents groupes d'élèves de mesurer un même objet avec des unités-étalons différentes puis de comparer les mesures de cet objet.
- Concept fondamental à développer chez les élèves : **la proportionnalité inverse**. Mesurer un même objet avec plusieurs types d'unités-étalons permet de prendre conscience que la mesure dépend de l'unité choisie. Par exemple, pour les longueurs, plus l'étalon est court plus il faudra le reporter un nombre important de fois, c'est ce que l'on appelle la proportionnalité inverse.

2) Ensuite, la mesure n'est pas un nombre entier mais elle peut être encadrée entre deux entiers consécutifs, on obtient **une approximation** (exemple : *il faut entre 3 et 4 gobelets pour remplir le récipient*).

3) Puis, il faut introduire des sous-division de l'unité étalon pour obtenir **une mesure précise** (exemple : *il faut 3 gobelets et 6 bouchons pour remplir le récipient*).

Donner du sens à la MESURE

Longueur	Masse	Contenance	Durée
<p>L'unité étalon est la longueur d'un objet de référence (bandes, cure-dents, ...).</p> 	<p>L'unité étalon est la masse d'un objet de référence (cubes, billes, ...).</p> 	<p>L'unité étalon est la contenance d'un récipient de référence (gobelets, bouchons, .).</p> 	<p>L'unité étalon est la durée d'un évènement donné (écoulement d'un sablier spécifique par exemple).</p>  <p>Si plusieurs sabliers de durée identique sont utilisés il faut compter le nombre de sabliers retournés. Lorsqu'un seul sablier est utilisé, le comptage doit s'effectuer et être mémorisé au fur et à mesure des retournements.</p>

Remarque :

Cette phase est l'occasion de contrôler l'**activité de mesurage** réalisée par les élèves : disposition correcte de l'étalon, report adéquat, dénombrement, traçage de repères, etc.



Avant d'utiliser les instruments de mesure usuels il faut que les élèves **fabriquent leurs propres instruments** afin d'en comprendre le fonctionnement. Cela nécessite la construction de graduations (photos ci-dessous). Faire graduer l'outil avec les unités non usuelles ou usuelles (sans les nommer pour le moment) permet de faire le lien avec la phase suivante (phase 5).

Longueur	Masse	Contenance	Durée
Construire une graduation avec des longueurs-étalons (avec des bandes de 1cm par exemple)	Construire une graduation avec des masses-étalons (avec des cahiers de 100g par exemple)	Construire une graduation avec des contenances-étalons (avec des bouteilles de 10 cl par exemple)	Construire une graduation avec durée d'évènements-étalons (avec un sablier d'une durée d'1 minute par exemple).

Pour faire le lien avec la phase suivante il peut être demandé aux élèves de mesurer un objet ou de construire un objet en utilisant des étalons différents (sans qu'ils le sachent). Ainsi ils comprendront que si l'on veut se faire comprendre des autres il faut utiliser le même étalon.

Phase 5 : Mesurer une grandeur avec une unité usuelle indiquée
 Etre capable de mesurer avec des unités usuelles. Connaître certaines des relations qui les lient.

Pour faire le lien entre la phase 4 et la phase 5 il faut expliquer aux élèves que dans la vie courante on utilise pas des longueurs de bandes, des masses de cahiers, des contenances de petites bouteilles, des sabliers comme étalons pour mesurer. Il faut que tout le monde utilise les mêmes étalons pour se comprendre.

Présentation des instruments de mesures usuels et des unités usuelles.

Longueur	Masse	Contenance	Durée
Le centimètre sur la règle graduée	Le kilogramme sur la balance	Le litre sur le verre doseur	Les heures et les minutes On peut utiliser deux types d'instruments : -ceux qui permettent de se repérer dans le temps (montre, horloge, calendrier) -ceux qui mesurent une durée (chronomètre, sablier)



Progressivité :

	CP	CE1	CE2
Longueurs	cm, m	m, dm, km	mm
Masses		kg, g	t
Contenances		L	dL, cl
Durée		Jour, h et min	Année, siècle, millénaire
	Lecture de l'heure entière	Lecture de l'heure entière et demi-heure	Lecture de l'heure

Etablir des relations entre les unités de mesures usuelles :

Faire le lien entre les unités de numération et les unités de mesure.

Comprendre qu'il faut 100 cm pour faire un mètre, que 10 cm font 1 dm donc que 10 dm font 1 m, etc.

L'utilisation des préfixes permet, tout au long du cycle, de renforcer le travail sur les nombres entiers. La compréhension de leur sens permet d'établir les relations entre les unités nécessaires aux conversions.

m, L, g	L'unité	
milli-	Millième	C'est l'unité coupée en mille ou il en faut mille pour faire l'unité
centi-	Centième	C'est l'unité coupée en cent ou il en faut cent pour faire l'unité
déci-	Dixième	C'est l'unité coupée en dix ou il en faut dix pour faire l'unité
kilo-	mille	C'est mille unités

Progression spécifique pour l'apprentissage de la lecture de l'heure :

- Lecture de l'heure à partir des indications de la petite aiguille uniquement (horloge à une seule aiguille) en déterminant un encadrement entre des valeurs entières d'heures « *il est pile trois heures* » ou « *il est entre trois heures et quatre heures* ».
- Lecture des minutes à partir des indications de la grande aiguille en dénombrant une à une les graduations parcourues.
- Cette lecture des minutes devrait progressivement être remplacée par la prise en compte des indications des graduations et l'utilisation du comptage de 5 en 5.
- Lecture de la durée écoulée en heure en liaison avec la fraction du tour effectué.
- Correspondance entre les durées exprimées en fraction d'heure et ces mêmes durées exprimées en minutes.

Mesurer à l'aide d'instruments usuels :

- Utilisation d'instruments de mesure dans des situations variées, adapter le choix en fonction de l'objet (ordre de grandeur) ou en fonction de la précision souhaitée, exprimer une mesure avec l'unité adaptée.
- Activités de comparaison, de rangement, de tri nécessitant le mesurage.
- Activités de construction nécessitant le mesurage.

Constitution d'un répertoire de mesures de référence :

- constitution par les élèves d'un répertoire de mesures de référence servant de **réfèrent pour estimer** d'autres mesures.

<https://www.grainesdelivres.fr/wp-content/uploads/sites/32/2022/01/R%C3%A9pertoireGrandeursC2.xlsx>



Phase 6 : Conversions et calculs

Etre capable de passer d'une unité à une autre. Les élèves peuvent découvrir les relations entre les unités à partir de mesurages avec des unités différentes

La compréhension du passage d'une unité à une autre s'appuie sur la connaissance mémorisée des relations qui existent entre elles (phase 5).

Les conversions et les calculs sont motivés par de la résolution de problèmes.

Les conversions sont aussi travaillées en calcul mental et calcul en ligne.

Le travail technique s'appuyant sur des exercices décrochés, pour garder son sens doit toujours rester dans des situations proches des besoins de la vie courante.

Les unités de durée

Le système des unités conventionnelles de durée est sexagésimal : 1 h=60 min et 1 min = 60 s.

Le calcul sur les grandeurs varie en fonction des situations :

- soit toutes les mesures des grandeurs sont exprimées dans **la même unité** (3cm et $2\text{cm} = 5\text{cm}$)

- soit les mesures des grandeurs sont exprimées dans **des unités différentes**, ce qui implique des **conversions** ($30\text{mm} + 2\text{cm} = 3\text{cm} + 2\text{cm} = 5\text{cm}$)

- soit les mesures des grandeurs sont exprimées **avec plusieurs unités**. Il faut alors additionner toutes les mesures exprimées dans la même unité puis analyser le résultat pour identifier s'il y a besoin ou non de convertir certaines unités (2cm et $7\text{mm} + 3\text{cm}$ et $5\text{mm} = 5\text{cm}$ et $11\text{mm} = 5\text{cm}$ et 1cm et $1\text{mm} = 6\text{cm}$ et 1mm). Pour la soustraction les conversions doivent parfois être réalisées avant le calcul (4cm $2\text{mm} - 2\text{cm}$ 8mm).

Remarques :

- faire figurer les unités dans les calculs aide les élèves à s'assurer qu'ils effectuent des additions et des soustractions sur des mesures exprimées dans la même unité et les encourage le cas échéant à gérer mentalement les conversions en présentant les calculs en ligne.

- Ne pas imposer le tableau de conversion avant que les élèves n'aient eu le temps de mémoriser les relations entre les différentes unités et de les utiliser pour convertir. Sinon son utilisation est vide de sens et source d'erreurs.

BIBLIOGRAPHIE

- Donner du sens aux mathématiques - Tome 2. Nombres, opérations et grandeurs – Muriel FENICHEL et Nathalie PFAFF – Bordas pédagogie
- Matrice d'apprentissage Grandeurs et mesures Longueur, masse, contenance, volume, aire, angle – Mission mathématiques 972 - <https://site.ac-martinique.fr/pole-maths/?p=3562>
- Grandeurs et mesures, contenance, masse, longueur – Marie JOUGLET et Hélène MORAND – Scrérén
- Grandeurs et mesures : des gestes pour des apprentissage opérationnels et porteurs de sens – Hélène GAGNEUX et Céline MOUSSET – conférence à l'académie des sciences : <https://www.youtube.com/watch?v=yrnGama3B7I>
- Les maths à toutes les sauces - Pour aider les enfants à apprivoiser les systèmes numérique et métrique – GUERITTE-HESS, Isabelle CAUSSE-MERGUI et Marie-Céline ROMIER – Le Pommier